TOÁN

12 công thức lợi nhuận – chi phí Toán 12

Bảng 12 công thức lợi nhuận, chi phí, hòa vốn, tăng giá, thuế trong toán thực tế lớp 12, ví dụ giải sẵn từ đề tốt nghiệp THPT của Bộ. Tải PDF miễn phí.

Cập nhật 02/11/2026 · PrepMoon biên soạn

Bảng 12 công thức

Toán thực tế lớp 12: lợi nhuận, chi phí bình quân, hòa vốn, tăng giá, thuế và bài hai mặt hàng. Mỗi dạng ở dưới có ví dụ giải sẵn, trong đó 3 câu lấy từ đề tốt nghiệp THPT 2025 và 2026 của Bộ GD&ĐT. Kí hiệu chung: x là số sản phẩm, R doanh thu, C chi phí, L lợi nhuận.

1. **Lợi nhuận**

$$L = R - C$$

Lợi nhuận bằng doanh thu trừ chi phí. Mọi dạng đều quay về đây.

2. **Doanh thu**

$$R = p \cdot x$$

Giá bán p nhân số lượng x. Đề có thể cho sẵn $R(x)$ hoặc $F(x)$.

3. **Chi phí**

$$C = C_0 + c \cdot x$$

Chi phí cố định C_0 cộng chi phí mỗi sản phẩm c nhân số lượng.

4. **Tổng chi phí từ chi phí bình quân**

$$C(x) = x \cdot G(x)$$

$G(x)$ là chi phí bình quân của mỗi sản phẩm: nhân với x trước khi lấy doanh thu trừ đi.

5. **Chi phí bình quân nhỏ nhất**

$$x = \sqrt{\frac{C_0}{d}}, \quad G_{\min} = c + 2\sqrt{C_0 d}$$

Khi $C(x) = dx^2 + cx + C_0$ thì $G(x) = dx + c + C_0/x$ nhỏ nhất theo Cô-si.

6. **Điểm hòa vốn**

$$L = 0 \Leftrightarrow x = \frac{C_0}{p - c}$$

Mỗi sản phẩm lãi $p - c$, cần bán đủ để bù chi phí cố định C_0.

7. **Lãi lớn nhất bằng đạo hàm**

$$L'(x) = 0$$

Giải ra nghiệm, rồi so L tại nghiệm và tại hai đầu mút của đoạn đề cho; x nguyên thì so hai số nguyên kề nghiệm.

8. **Đỉnh parabol**

$$L = -ax^2 + bx + c \ (a > 0)$$

Lớn nhất tại đỉnh $x = \dfrac{b}{2a}$. Chỉ dùng khi đỉnh nằm trong đoạn đề cho; đỉnh nằm ngoài thì lấy đầu mút gần đỉnh.

9. **Tăng giá k lần**

$$L(k) = (p_0 + ka - c)(q_0 - kb)$$

$$k = \frac{aq_0 - b(p_0 - c)}{2ab}$$

Mỗi lần tăng giá a thì bán bớt b; c là chi phí mỗi sản phẩm. k nguyên thì so hai số nguyên kề.

10. **Thuế t% trên doanh thu**

$$L = (1 - t)R - C$$

Thuế lấy trên doanh thu, không phải trên lợi nhuận.

11. **Thuế t trên mỗi sản phẩm**

$$L = R - C - t \cdot x$$

Thuế cộng vào chi phí mỗi sản phẩm, nên số bán tối ưu giảm.

12. **Hai mặt hàng (hai ẩn)**

$$F = ax + by$$

F đạt lớn nhất, nhỏ nhất tại một đỉnh của miền nghiệm. Lập hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, tính F tại từng đỉnh; x, y nguyên thì kiểm điểm nguyên gần đỉnh.

Dạng 1. Ba công thức gốc

Dùng công thức 1, 2, 3 trong bảng công thức.

Ví dụ PrepMoon soạn

Giá bán 50 nghìn đồng một sản phẩm, chi phí cố định 2 000 nghìn đồng, mỗi sản phẩm tốn 30 nghìn đồng. Bán 150 sản phẩm thì lãi bao nhiêu?

1. $R = 50 \cdot 150 = 7\,500$, $C = 2\,000 + 30 \cdot 150 = 6\,500$.
2. $L = 7\,500 - 6\,500 = 1\,000$.

Đáp số: **1 000 nghìn đồng**

Dạng 2. Chi phí bình quân

Dùng công thức 4, 5 trong bảng công thức.

Đề chính thức Toán 2025 · mã 0101 · Phần III câu 2

Doanh thu $F(x) = -0{,}01x^2 + 300x$, chi phí bình quân mỗi sản phẩm $G(x) = \dfrac{30\,000}{x} + 200$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*$, $1 \le x \le 4\,500$. Ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn hơn 100 triệu đồng?

1. Bẫy của bài: $G(x)$ là chi phí của một sản phẩm, nên tổng chi phí là $x \cdot G(x)$ (công thức 4). Lập $L(x) = F(x) - x\,G(x)$.
2. Đổi 100 triệu ra 100 000 nghìn đồng cho cùng đơn vị, rồi giải bất phương trình bậc hai $L(x) > 100\,000$.
3. Lấy số nguyên nhỏ nhất vừa nằm trong khoảng nghiệm, vừa nằm trong đoạn $[1; 4\,500]$.
4. Bộ ra 4 bộ số cho 24 mã đề nên đáp số khác nhau theo nhóm mã (1 092, 1 347, 1 536, 1 808): chép đáp án của bạn khác nhóm mã là sai.

Đáp số: **1 536 sản phẩm**

> **Làm câu này trong đề thật, chấm ngay:** Đề chính thức Toán 2025 (Bộ GD&ĐT) – mã đề 0101 · Phần III · Câu 2 · prepmoon.com/de-thi/toan/de-chinh-thuc-toan-2025-bo-gd-dt-ma-de-0101/phan-3-cau-2

Ví dụ PrepMoon soạn

Chi phí sản xuất x sản phẩm là $C(x) = 0{,}02x^2 + 40x + 5\,000$ (nghìn đồng). Sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì chi phí bình quân mỗi sản phẩm nhỏ nhất?

1. $G(x) = 0{,}02x + 40 + \dfrac{5\,000}{x}$, nhỏ nhất tại $x = \sqrt{\dfrac{5\,000}{0{,}02}} = 500$.
2. $G_{\min} = 40 + 2\sqrt{5\,000 \cdot 0{,}02} = 60$.

Đáp số: **500 sản phẩm, 60 nghìn đồng mỗi sản phẩm**

Dạng 3. Hòa vốn

Dùng công thức 6 trong bảng công thức.

Ví dụ PrepMoon soạn

Với số liệu ở ví dụ đầu (giá 50, chi phí cố định 2 000, mỗi sản phẩm 30 nghìn đồng), bán bao nhiêu sản phẩm thì hòa vốn?

1. $x = \dfrac{2\,000}{50 - 30} = 100.$

Đáp số: **100 sản phẩm**

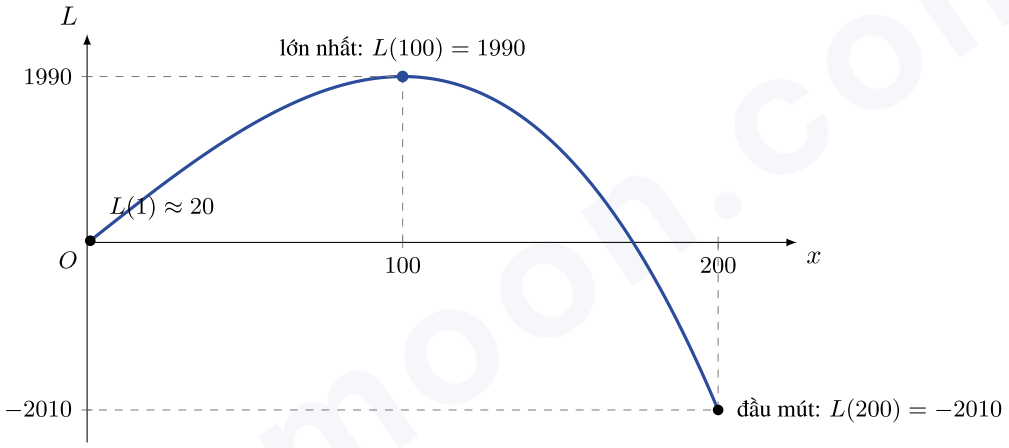
Dạng 4. Lãi lớn nhất

Dùng công thức 7, 8 trong bảng công thức.

Đề chính thức Toán 2026 · mã 0101 · Phần III câu 6

Chế biến x tấn nguyên liệu một tháng ($1 \le x \le 200$) thì chi phí $C(x) = 0{,}001x^3 + 30x + 10$ và doanh thu $R(x) = 60x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất trong một tháng là bao nhiêu?

1. $L(x) = R(x) - C(x)$ là hàm bậc ba. Tìm nghiệm của $L'(x) = 0$ nằm trong đoạn $[1; 200]$ (công thức 7).
2. Bước hay bị quên: so L tại nghiệm với L ở hai đầu mút. Ở bài này, đầu mút $x = 200$ cho lợi nhuận âm.



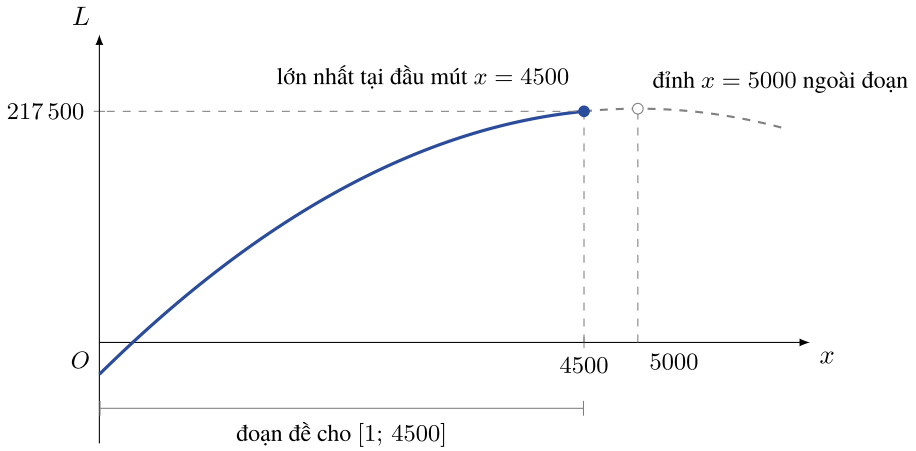
Đáp số: **1 990 triệu đồng**

> **Làm câu này trong đề thật, chấm ngay:** Đề chính thức Toán 2026 (Bộ GD&ĐT) – mã đề 0101 · Phần III · Câu 6 · prepmoon.com/de-thi/toan/de-chinh-thuc-toan-2026-bo-gd-dt-ma-de-0101/phan-3-cau-6

Ví dụ PrepMoon soạn

Với lợi nhuận $L = -0{,}01x^2 + 100x - 30\,000$ của câu đề 2025 ở trên ($1 \le x \le 4\,500$), lãi lớn nhất là bao nhiêu?

1. Đỉnh $x = \dfrac{100}{2 \cdot 0{,}01} = 5\,000$ nằm ngoài đoạn $[1; 4\,500]$, nên L tăng trên cả đoạn.
2. Lãi lớn nhất tại đầu mút $x = 4\,500$: $L = -202\,500 + 450\,000 - 30\,000 = 217\,500.$



Đáp số: **217 500 nghìn đồng (217,5 triệu), tại x = 4 500**

Dạng 5. Tăng giá thì bán ít đi

Dùng công thức 9 trong bảng công thức.

Ví dụ PrepMoon soạn

50 căn hộ cho thuê giá 2 000 nghìn đồng một tháng thì kín. Mỗi lần tăng giá 100 nghìn đồng thì trống thêm 1 căn; mỗi căn có người ở tốn 200 nghìn đồng bảo trì. Giá thuê bao nhiêu thì lãi nhiều nhất?

1. $L(k) = (2\,000 + 100k - 200)(50 - k) = (1\,800 + 100k)(50 - k)$.
2. $k = \dfrac{100 \cdot 50 - 1 \cdot 1\,800}{2 \cdot 100 \cdot 1} = 16$: giá $3\,600$, còn 34 căn, $L = 3\,400 \cdot 34 = 115\,600$.

Đáp số: **Giá 3,6 triệu đồng, lãi 115,6 triệu đồng một tháng**

Dạng 6. Thuế

Dùng công thức 10, 11 trong bảng công thức.

Ví dụ PrepMoon soạn

Doanh thu $R = 50x$, chi phí $C = 0{,}001x^3 + 15x + 10$ (triệu đồng), $1 \le x \le 200$, thuế 10% doanh thu. Lợi nhuận lớn nhất?

1. $L = 0{,}9 \cdot 50x - C = -0{,}001x^3 + 30x - 10$.
2. $L' = 0 \Leftrightarrow x = 100$, $L(100) = 1\,990$ (hai đầu mút nhỏ hơn).

Đáp số: **1 990 triệu đồng**

Ví dụ PrepMoon soạn

Doanh thu $R = -x^2 + 100x$, chi phí $C = 10x + 200$, thuế 10 trên mỗi sản phẩm. Bán bao nhiêu sản phẩm thì lãi nhiều nhất?

1. $L = -x^2 + 100x - 10x - 200 - 10x = -x^2 + 80x - 200$, đỉnh $x = 40$, $L = 1\,400$.
2. Không có thuế: $L = -x^2 + 90x - 200$, đỉnh $x = 45$, $L = 1\,825$.

Đáp số: **40 sản phẩm, lãi 1 400**

prepmoon.com

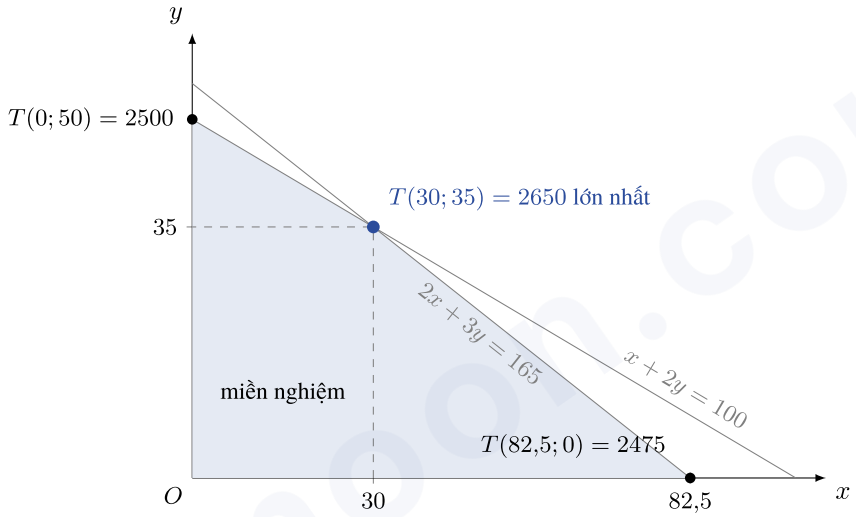
Dạng 7. Hai mặt hàng

Dùng công thức 12 trong bảng công thức.

Đề chính thức Toán 2025 · mã 0101 · Phần III câu 3

Thực đơn 1 gồm 2 cốc nước chanh và 1 túi khoai chiên, giá 30 nghìn đồng; thực đơn 2 gồm 3 cốc và 2 túi, giá 50 nghìn đồng. Làm được tối đa 165 cốc và 100 túi. Số tiền lớn nhất thu được?

1. Gọi x, y là số suất thực đơn 1 và 2. Mỗi nguyên liệu cho một bất phương trình: số cốc nước chanh dùng không quá 165, số túi khoai không quá 100.
2. Tổng tiền T là hàm bậc nhất của x, y, nên đạt lớn nhất tại một đỉnh của miền nghiệm (công thức 12).
3. Có đỉnh không nguyên thì thử các điểm nguyên gần đỉnh đó, vì số suất phải là số nguyên.



Đáp số: **2 650 nghìn đồng**

> **Làm câu này trong đề thật, chấm ngay:** Đề chính thức Toán 2025 (Bộ GD&ĐT) – mã đề 0101 · Phần III · Câu 3 · prepmoon.com/de-thi/toan/de-chinh-thuc-toan-2025-bo-gd-dt-ma-de-0101/phan-3-cau-3

Nguồn

Ví dụ ghi "Đề chính thức" lấy từ đề thi tốt nghiệp THPT của Bộ GD&ĐT (mã đề 0101, đề bài viết gọn; đề đầy đủ ở trang câu hỏi); ví dụ ghi "Ví dụ PrepMoon soạn" do PrepMoon viết, mọi đáp số đã được kiểm lại bằng cách giải độc lập. Làm trọn đề: đề chính thức Toán 2026, đề chính thức Toán 2025. Xem thêm cấu trúc đề thi Toán.

Câu hỏi thường gặp

Bài lợi nhuận – chi phí có trong đề thi tốt nghiệp THPT không?
Có. Đề tham khảo 2025, đề chính thức 2025 và đề chính thức 2026 của Bộ GD&ĐT **đều có câu lợi nhuận ở Phần III** (trả lời ngắn): chi phí bình quân, lãi lớn nhất bằng đạo hàm và bài hai thực đơn.

Tìm lãi lớn nhất có cần xét hai đầu mút không?
Có. Đạo hàm bằng 0 chỉ cho điểm nghi ngờ; nghiệm có thể nằm ngoài đoạn đề cho hoặc đầu mút cho giá trị lớn hơn. Luôn so lợi nhuận tại nghiệm và tại hai đầu mút.

Chi phí bình quân khác tổng chi phí thế nào?
Chi phí bình quân là chi phí của **một** sản phẩm. Tổng chi phí bằng chi phí bình quân nhân số sản phẩm: **C(x) = x · G(x)**. Quên nhân x là lỗi hay gặp nhất ở câu 2025.

Số sản phẩm phải là số nguyên thì làm sao?
Tìm nghiệm như bình thường, rồi **so lợi nhuận tại hai số nguyên kề nghiệm**. Không làm tròn theo thói quen: với hàm bậc ba, số nguyên gần nghiệm hơn chưa chắc lãi nhiều hơn.

Bản online, làm lại các câu đề Bộ và chấm điểm ngay: prepmoon.com/tai-lieu/cong-thuc-loi-nhuan-chi-phi

prepmoon.com